

# INEFICIÊNCIA E CUSTOS DA SELEÇÃO ADVERSA NO PROGRAMA BOLSA FAMÍLIA

Cassandro Maria da Veiga Mendes<sup>1</sup>  
Luciano Menezes Bezerra Sampaio<sup>2</sup>

**Resumo** - Este trabalho investiga quais os efeitos da seleção adversa sobre os custos sociais do Programa Bolsa Família (PBF). Para tanto, elaborou-se um modelo de principal-agente, com existência, ex-ante, de investigação, em que o principal (Governo Federal) não pode comprometer-se, ex-post, a investigar. Considerou-se que o agente (potencial beneficiário do PBF) que precisa do programa recebe o benefício e aqueles que cometem fraude, quando flagrados, pagam uma multa que é transferido integralmente ao principal. Os principais resultados encontrados mostram que: (i) a política adotada pelo Governo promove o incentivo à fraude; (ii) no equilíbrio, do jogo de informação incompleta, sempre há fraude, (iii) a existência de assimetria de informação, faz com que os custos do programa sejam maiores.

**Palavras-chave:** Programa Bolsa Família, Assimetria de informação, Seleção adversa, Estratégias mistas, Fraude.

## Abstract

This work investigates the effects of the adverse selection on the social costs of the Programa Bolsa Família (PBF). For in such a way, a principal-agent framework was elaborated, with presence, ex-ante, of investigation, where the principal (Federal Government) cannot committed, ex-post, to investigate. It was considered that the agent (potential beneficiary of the PBF) that needs the program receive the benefit and those that commit fraud, when caught, pay a fine which is transferred to the principal. The main obtained results shows that: (i) the politics adopted for the Government promotes the incentive to fraud; (ii) in equilibrium, of the game of incomplete information, there are always fraud, (iii) the presence of asymmetry information, in the economy, makes bigger the costs of the program.

**Key words:** Programa Bolsa Família, Asymmetric information, Adverse selection, Mixed strategies, Fraud.

**JEL Classification:** C73; H30; I38.

---

<sup>1</sup>Mestre em Economia, PPGE/ UFPB e Doutorando em Economia Aplicada, UFRGS.

Endereço eletrônico: [cassandromendes@hotmail.com](mailto:cassandromendes@hotmail.com)

<sup>2</sup> Professor Adjunto de Economia, Dept. de Economia/ PPGE, UFPB. Doutor em Economia pelo Pimes (UFPE)/ Sorbonne (Paris 1), em 2004.

Endereço eletrônico: [luciano.sampaio@pq.cnpq.br](mailto:luciano.sampaio@pq.cnpq.br)

## Ineficiência e custos da seleção adversa no Programa Bolsa Família

### 1. Introdução

Os países em desenvolvimento caracterizam-se por baixa renda *per capita* e distribuição de renda desigual. As políticas públicas de desenvolvimento têm sido as principais formas de combate à pobreza e à desigualdade existentes nestes países, sobretudo atuando na formação do capital humano dos indivíduos (STECKOV, 2006; SANDOULET e DE JANVRY, 2004).

Entre os vários programas de combate à pobreza e à desigualdade, existentes na América do Sul, citam-se: o PROGRESA no México, Bono de Desarrollo Humano no Equador, PRAF em Honduras e o PATH na Jamaica.

A pobreza e a desigualdade de renda têm sido os principais alvos das políticas governamentais no Brasil. A desigualdade da renda tem sido considerada como sendo a principal causa da pobreza: cerca de 10% dos mais ricos tem rendimento médio mais de 28 vezes dos 40% mais pobres no Brasil, colocando o país entre os cinco países com maiores concentração de renda no Mundo (BARROS et al., 2001).

Segundo dados da Pesquisa Nacional ao Domicílio (PNADs), em 1999, cerca de 14% da população brasileira vivia abaixo do nível de indigência e 34% das famílias viviam com renda abaixo da linha de pobreza. Assim, neste ano, aproximadamente 22 milhões de pessoas eram indigentes e 53 milhões pobres.

A partir da década de 90, vários programas sociais foram introduzidos com o objetivo de promover uma melhor condição de vida para os mais desfavorecidos, entre os quais, o Bolsa escola e a Bolsa alimentação. Estes programas, e outros, foram aglomerados, em 2004, num único programa, o Programa Bolsa Família (PBF). Várias sanções são aplicadas para as famílias que não cumprirem as regulamentações acordadas, entre as quais, o comprometimento das famílias em manter as crianças nas escolas com pelo menos 85% de frequência e o respeito a uma série de cuidados com a saúde (entre os principais, a vacinação das crianças e gestantes).

Os objetivos do PBF, criado em 2004, segundo o Ministério de Desenvolvimento Social (MDS) são:

- a) Promoção do alívio imediato da pobreza, por meio da transferência direta de renda à família;
- b) Reforço ao exercício de direitos sociais básicos nas áreas de Saúde e Educação, por meio dos cumprimentos das condicionalidades, o que contribui para que as famílias consigam romper o ciclo da pobreza entre gerações;
- c) Coordenação de programas complementares, que têm por objetivo o desenvolvimento das famílias, de modo que os beneficiários do Bolsa Família consigam superar a situação de vulnerabilidade e pobreza. São exemplos de programas complementares: programas de geração de trabalho e renda, de alfabetização de adultos, de fornecimento de registro civil e demais documentos.

O Programa Bolsa Família se constitui num programa de transferência direta de renda às famílias, estabelecido de acordo com a Lei n.10.836, de 09 de janeiro de 2004 e o Decreto nº 5.749, de 11 de abril de 2006. Ele tem como alvo as famílias pobres, cujas rendas mensais, *per capita*, estejam entre R\$ 60,01 e R\$ 120,00 e as famílias em extrema pobreza, com renda mensal, *per capita*, abaixo de R\$ 60,00.

O não cumprimento das cláusulas de aderência ao PBF pode incorrer em penalizações que variam de acordo com a frequência das violações. Segundo o MDS, cerca de 3% das famílias beneficiadas (ou seja, aproximadamente 330.482 das 11,1 milhões de famílias), devem ter sido afastadas em 2007, como forma de punir as possíveis irregularidades que surgiram com relação à declaração da renda (MDS, 2007). A preocupação governamental com o acompanhamento das famílias é evidente: o percentual de famílias acompanhadas passou de 6,5% para 38,3% do segundo semestre de 2005 para o segundo semestre de 2006.

O acompanhamento dos beneficiários pode servir, *strictu sensu*, como fonte de verificação da eficiência do programa. A preocupação com a eficiência do Programa Bolsa Família está expressa inclusive em seus objetivos, e é tema de diversos trabalhos que avaliam esses tipos de programas. Tem-se ineficiência do programa quando os objetivos previamente estabelecidos não são alcançados ou quando a sustentabilidade do programa, devido aos altos custos, não é assegurada no médio/ longo prazo.

A partir daí, a questão chave é a definição do melhor sistema de transferência (abrangência e valor transferido) que o programa deve ter para que seus objetivos sejam alcançados, associados à monitoração do programa. De um lado tem-se o governo que espera que os beneficiários respeitem um conjunto de condicionalidades estabelecidas no “contrato”, de outro, as famílias beneficiadas cujas utilidades podem decrescer com algumas das condicionalidades, como a redução da renda do trabalho infantil no horário escolar, destacada por De Janvry et al. (2006).

Dado a dificuldade de seleção das famílias a serem beneficiadas e da observação do cumprimento das condicionalidades, devido aos elevados custos, tem-se uma situação de informação assimétrica, de forma que, pode ocorrer o problema de seleção adversa assim como o de risco moral. Perante esta situação, a política de transferência de renda pode não ter o efeito desejado na diminuição, no longo prazo, da pobreza.

Deriva-se assim que a relação entre o governo e os beneficiários pode ser analisada sobre a ótica do problema do principal-agente, com o governo (principal) desprovido de informação sobre os tipos e /ou ações dos agentes e os beneficiados providos de informação sobre os respetivos tipos (STIGLITZ, 1988).

A eficiência de programas de transferências é tratada em outros trabalhos, contudo eles não consideram o risco moral e a seleção adversa ou a análise dos mecanismos de incentivo dos governos para os beneficiados (ou potenciais beneficiados) pela ótica da teoria dos jogos.

Vários estudos, nacionais e internacionais, avaliaram a relevância de programas de transferência de renda no Brasil e em outros países emergentes. De Janvry. et al. (2006) analisaram o impacto do programa brasileiro Bolsa Escola, utilizando dados da PNAD de 2004. Eles concluíram que a taxa de abandono das escolas foi reduzida. Contudo não se verificou uma influência do programa na taxa de reprovação dos alunos, pelo contrário, esta taxa aumentou após o início do programa. Uma justificativa apontada é que o programa pode acarretar a permanência de alunos desmotivados nas escolas.

Cardoso e Souza (2004) analisaram a influência do programa Bolsa Escola na frequência escolar das crianças com idade entre 10 e 15 anos, nas escolas brasileiras,

utilizando dados do censo do IBGE de 2000. Os resultados mostraram que a frequência escolar das crianças de ambos os sexos aumentou. No entanto, devido ao pequeno valor das transferências, não aconteceu o efeito substituição que seria esperado entre escola e trabalho infantil, ou seja, mesmo indo para a escola, as crianças não pararam de trabalhar, apenas ocorrendo uma alteração na alocação do tempo das mesmas.

Skoufias e Maro (2006) analisaram, utilizando o método da diferença-em-diferença (painel dinâmico), as consequências do PROGRESA no México na alocação de tempo entre lazer e trabalho para os adultos. Os resultados mostraram que o programa PROGRESA não promoveu nenhuma mudança nos comportamentos dos adultos no quesito oferta de trabalho, ou seja, não se verificou de forma consistente uma ligação entre aumento do lazer e o programa. Assim, os autores realçaram a capacidade do programa em diminuir a pobreza no México.

Low et al. (1999) avaliaram a influência do programa de transferência de renda (PTR) nas zonas rurais de Moçambique, e concluíram que o programa é realmente eficiente na eliminação da pobreza nas cidades. Os autores destacaram a importância da racionalização dos gastos, como forma de canalizar os recursos para a exploração dos programas de transferência de renda.

Sadoulet et al. (2004) avaliaram os procedimentos (normas) que podem ser utilizados para tornarem mais eficientes as transferências realizadas. Segundo eles é preciso distinguir as famílias pobres das extremamente pobres, fazer o condicionamento das transferências às características das famílias, como etnia, localização etc.

De Janvry e Finan (2004) analisaram como as políticas de transferências podem amenizar os efeitos de choques, promovidos por condições adversas da natureza, que levam as crianças a abandonarem a escola e ingressarem no mercado de trabalho. Os resultados mostraram que os choques nas zonas pobres fazem com que as crianças se integrem ao mercado de trabalho, na medida em que estes choques fazem cair o rendimento *per capita* das famílias. Assim, os autores chamaram a atenção para a necessidade de programas vinculados à permanência das crianças na escola, promovendo assim um ganho de curto e de longo prazo.

Schady et al. (2006) analisaram o impacto do programa do Bono de desarrollo Humano (BDH), no Equador, sobre a adesão das crianças à escola e ao trabalho infantil. Utilizando dados em painel, verificaram que o programa teve influência positiva sobre a adesão das crianças a escola (aumento de 10%) e impacto negativo em relação ao trabalho infantil. Portanto, mesmo sem condicionalidades, o referido programa promoveu o aumento da adesão das crianças nas escolas.

Nota-se assim, que há um presente interesse pelo estudo das consequências posteriores à implementação dos referidos programas de transferências. Negligencia-se assim, a presença de um estudo, ex-ante, aprofundado, que possa incorporar os fatores comportamentais que podem ter um grande peso no sucesso do programa. O presente trabalho propõe, de forma introdutória, um instrumento que pode ser utilizado pelo Governo Federal como forma de aumentar a eficácia/eficiência do Programa Bolsa Família.

O objetivo do presente trabalho é analisar, através do modelo do principal-agente, as causas das várias fraudes ligadas ao PBF, e propor um mecanismo teórico que pode ser utilizado, ex-ante, pelo governo como forma de amenizar os problemas causados pela existência de assimetria de informação. Assim, propõe-se preencher uma brecha existentes nos atuais trabalhos acadêmicos que analisam a eficiência/eficácia (ex-post) do programa Bolsa Família.

Os principais resultados do trabalho foram os seguintes: primeiro, a política adotada atualmente proporciona a existência da fraude por parte do agente cuja a restrição

de participação seja satisfeita, segundo, a inexistência da credibilidade do governo promove, dado os resultados do jogo de sinalização, a existência de fraude no equilíbrio, terceiro, a probabilidade do agente cometer fraude é uma função direta do “pooling” de indivíduos que são pobres, isto é quanto mais pobre for a região maior a probabilidade de agente (que não preenchem os requisitos do programa) cometer fraude, e finalmente os custos do programa são mais elevados devido a existência da assimetria de informação.

O trabalho, além desta introdução, está estruturado como segue: a seção 2: apresenta a modelagem do PBF; a seção 3 apresenta os custos para a sociedade, e finalmente a seção 4: apresenta as conclusões. A última parte apresenta a bibliografia utilizada.

## 2. O Modelo

Alguns dos programas de transferência de renda são atrelados a condicionalidades que devem ser cumpridas tanto para a aderência como para a permanência no mesmo<sup>3</sup>. Devido à dificuldade de controle do cumprimento das condicionalidades de entrada, existem as pessoas que têm interesse em se candidatar sem satisfazerem os pré-requisitos exigidos, ou seja, em burlar o programa e se alistarem informando dados falsos.

No presente modelo, supõe-se que o principal é o governo e um membro da família potencial beneficiário do programa é o agente. Admite-se que todo agente detém um rendimento inicial ( $y$ ) o qual não depende do programa Bolsa Família, como por exemplo, renda proveniente de trabalho, seja este formal ou informal. Dado esse rendimento inicial, o objetivo do PBF é que o agente que necessita do programa (que satisfaz os pré-requisitos para ingressar no PBF, entre eles ter uma renda per capita inferior à estabelecida) passa a receber um bônus ( $\beta$ ) do mesmo. Para simplificar a análise, o único pré-requisito considerado para participação no programa é ter a renda *per capita* ( $\phi$ ) familiar abaixo do limite imposto no PBF, independente da renda individual,  $y$ .

Uma suposição importante do trabalho é que a renda familiar per capita depende de um componente aleatório, de responsabilidade da natureza, ou seja, embora se saiba que variáveis sob o controle dos próprios indivíduos da família possam influenciar a renda familiar (*per capita*), supõe-se que a natureza é preponderante e determina que um indivíduo que nasça numa família rica (pobre) permanece rico (pobre)<sup>4</sup>. Faz-se a probabilidade de um indivíduo ter necessidade de concorrer ao programa (nascer numa família pobre) ser  $\pi$ , e consequentemente a de não ter necessidade de concorrer ao mesmo, dado que nasce numa família rica, ser  $1 - \pi$ , isto é, supõe-se que a variável, *renda per capita*, tenha uma distribuição discreta, com dois valores possíveis, a saber:  $\phi_-$  quando o agente nasce numa família pobre;  $\phi_+$  quando o agente numa família rica. Admite-se, também, a inexistência de restrição orçamentária por parte do Governo Federal (esta hipótese não tira a importância dos resultados obtidos aqui).

<sup>3</sup> No presente trabalho analisa-se apenas a existência de seleção adversa, portanto as condicionalidades pós-aderência são ignorados.

<sup>4</sup> Pode-se definir a renda *per capita* de uma família como sendo uma variável aleatória, dada por:  $\phi = y + a\tilde{\lambda}$ , onde  $\phi$  representa a renda *per capita*,  $a$  uma constante,  $y$  a renda individual do agente e  $\tilde{\lambda}$  representa uma variável aleatória. Assim a renda *per capita* é uma função de variável aleatória (discreta), de forma que ela mesmo é uma variável aleatória, supõe-se que ela respeita todas as condições para ser uma variável aleatória.

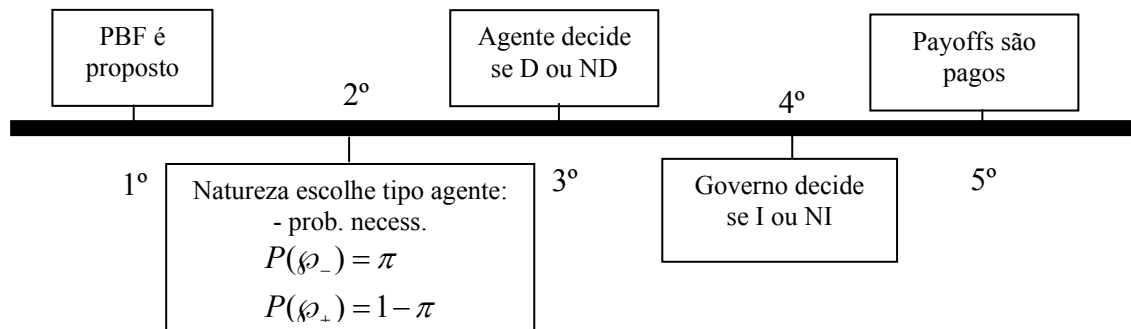
Assim, dada a decisão da natureza na determinação do nível de renda *per capita* da família, o agente (membro representativo) decide se demanda (D) ou não (ND) o auxílio do PBF e apenas depois dele receber o pedido, o principal decide se investiga (I) ou não (NI) o mesmo.

Supõe-se ainda que quando o agente, que comete fraude, é investigado ele é pego, e é punido através de uma multa ( $\varepsilon$ ), paga ao próprio governo<sup>5</sup>. Seguindo Townsend (1979), o principal (jogador neutro ao risco) tem custo de investigação dado por  $k^6$ .

Uma outra hipótese para todo o modelo é considerar o agente avesso ao risco com relação a sua renda final, como em Choe (1997), e então sua função de utilidade pode ser do tipo Von Neumann-Morgenstein, onde  $u'(\cdot) > 0, u''(\cdot) < 0$   
 $u'(0) = \infty$

A Figura 1 resume a seqüência do jogo entre o principal e o agente, dadas às hipóteses feitas até aqui:

**Figura 1: Sequência do Jogo entre o Governo e o potencial beneficiado do PBF**



A determinação, pela natureza, de  $\pi$  (probabilidade do agente de nascer numa família pobre e logo precisar do programa) é uma informação privada ao agente. Na posse dessa informação, ele escolhe se demanda os benefícios do programa ou não. O agente que decidir demandar os benefícios do programa, e que tem condição favorável de renda *per capita* familiar (superior ao limite exigido como pré-requisito do PBF), está incorrendo num crime, o qual está sujeito à multa ( $\varepsilon$ ).

O importante para o principal é estabelecer um mecanismo de incentivo que possa antecipar, racionalmente, as possíveis ações oportunistas dos agentes que têm propensão em cometer a fraude.

<sup>5</sup> No presente caso, a multa é diretamente descontada da renda ( $y$ ) que o agente detém, antes começar o jogo, o que resulta em um incentivo monetário para o Governo Federal efetuar a investigação sobre o agente, assim,  $\varepsilon < y$ , isto é supõe-se que a utilidade é sempre positivo ( $u'(0) = \infty$ ) de forma que a penalização é menor do que a renda do indivíduo. Outros trabalhos, como Boyler (2001) e Choe (1997) não impõem esta restrição.

<sup>6</sup> A qualidade das auditorias feitas pelo agente contratado é idêntica àquela que seria feita diretamente pelo governo, de forma que não existe o problema do principal-agente entre o governo e os auditores.

## 2.1 Modelagem do PBF: As Condições Para Existência da Fraude

Para o agente potencial burlador, o problema do principal é propor um contrato que possa antecipar as suas possíveis ações oportunista. O agente que não necessita do programa, mas considera burlá-lo, escolhe mentir, se sua utilidade esperada, quando aceitar entrar no jogo, for maior do que a utilidade de não burlar, ou seja:

$$\chi u(y - \varepsilon) + (1 - \chi)u(y + \beta) \geq u(y) \quad (1)$$

Onde  $\chi$  representa a probabilidade do governo investigar um agente que demanda bônus.

Esta é dita a condição de entrada no jogo para os agentes que podem mentir (doravante, condição de jogo - CJ). A partir da CJ, deriva-se o seguinte corolário:

*Corolário 1: Numa situação em que o agente, ilicitamente, pode auferir renda do principal de forma a maximizar a sua utilidade, a CJ é sempre satisfeita caso o principal nunca investigue. Ou seja, dado que  $\beta > 0$  e  $\chi = 0$ , a condição acima sempre é satisfeita de forma que o agente sempre tem um incentivo em mentir sobre a sua situação financeira<sup>7</sup>.*

*Prova:*

*Se  $\chi = 0$ , a equação (1) resulta em:*

$$u(y + \beta) \geq u(y)$$

*Assim, como, por definição,  $\beta > 0$ , tem-se a prova.*

Pelo corolário acima, deduz-se que, se não existe nenhum sistema de investigação, ex-ante, da informação sobre a situação financeira do potencial beneficiado do PBF (apresentação de documentações e comprovação dos mesmos), isto é, se  $\chi = 0$ , os agentes que podem mentir têm sempre o incentivo em jogar. Do corolário acima, tem-se que mesmo que o principal investigue todo o agente que pretende receber os benefícios do programa ( $\chi = 1$ ), se não existir a penalização, a CJ ainda é satisfeita.

Se o PBF não pune os agentes que mentem, através de multa, e tem como punição apenas a possibilidade de cancelamento do pagamento, tem-se o seguinte corolário:

*Corolário 2: Dadas as condições de vida das pessoas nas regiões mais pobres do Brasil e dada a inexistência de penalizações para os que violam os pré-requisitos de adesão ao PBF, há sempre um incentivo em burlar o sistema, mesmo que o governo investigue todos os que querem aderir ao programa.*

*Prova:*

*Pelas condições citadas acima, tem-se que  $\chi = 1$  e a utilidade do agente quando pego burlando é dada por:  $u(y - \varepsilon)$ , com a condição de jogo (CJ) agora sendo dada por:*

---

<sup>7</sup> Este teorema pode ser utilizado para justificar a não existência do “separating equilibrium”. Ou seja, todos os agentes podem agir da mesma forma (todos os agentes, inclusive os que se situam num nível de renda maior à do que é permitido para o ingresso no PBF, podem demandar os benefícios do programa). Na verdade, existem dois tipos de equilíbrios no jogo entre o agente e o Governo Federal. Para mais análises sobre os conceitos de “separating equilibrium” e “pooling equilibrium” ver Fudenberg e Tirole (1991) e Stiglitz e Rothschild (1976).

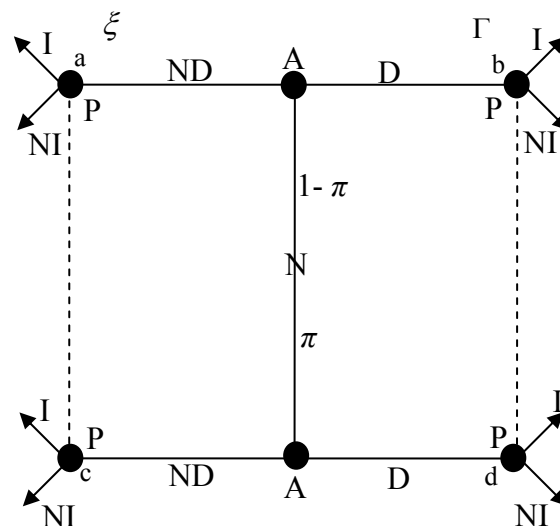
$$u(y - \varepsilon) \geq u(y)$$

De forma que, a condição é satisfeita para  $\varepsilon = 0$ .

Como se queria demonstrar.

A Figura 2 mostra a representação do jogo, na forma extensiva, entre o Governo e o agente potencial beneficiário. Quando a natureza escolhe a probabilidade do agente nascer numa família pobre ( $\pi$ ), ou seja, necessitar do programa, e consequentemente a de nascer numa família rica ( $1 - \pi$ ) tem-se a divisão do jogo na parte superior e inferior. O agente (A), de posse dessa informação, demanda (D) ou não (ND) o bônus (benefício do programa). O principal (P), sem ter conhecimento da escolha feita pela natureza (N), investiga (I) ou não investiga (NI) o agente.

**Figura 2 – Jogo com informação incompleta entre Governo e potencial beneficiado.**



A Tabela 1 resume essas possíveis ações dos dois jogadores e os respectivos payoffs. Na primeira linha, se a natureza decide que o agente precisa do benefício, e o mesmo demanda o programa, caso o principal investigue, o payoff para o agente é sua utilidade de ter a renda inicial ( $y$ ) somada ao bônus ( $\beta$ ) e assim por diante. A única variável não mencionada até então é o recurso inicial do governo destinado ao programa ( $s$ ).



**Tabela 1 - Payoffs do Jogo entre o Governo e o agente do conjunto**

Estado Da natureza	Ações Do agente	Ações do Governo	Payoffs para o Agente	Payoffs Para o Governo
$\Pi$	D	I	$u(y + \beta)$	$s - \beta - k$
$\Pi^a$	ND	NI	$u(y)$	$s$
$\Pi$	D	NI	$u(y + \beta)$	$s - \beta$
$\Pi^b$	ND	I	$u(y)$	$s - k$
$(1 - \pi)$	D	I	$u(y - \varepsilon)$	$s - k + \varepsilon$
$(1 - \pi)$	ND	NI	$u(y)$	$s$
$(1 - \pi)$	D	NI	$u(y + \beta)$	$s - \beta$
$(1 - \pi)^c$	ND	I	$u(y)$	$s - k$

Fonte: Elaboração dos Autores.

A Tabela 1 está subdividida em duas. A parte acima da linha tracejada corresponde ao agente que necessita da assistência do programa ( $\pi$ ) e na parte inferior o que não necessita da assistência ( $1 - \pi$ ).

Algumas soluções (conjunto de payoffs) não podem ocorrer devido à racionalidade, sequencial, dos agentes: se o agente não demanda o subsídio proveniente do programa, o principal não tem porque investigá-lo; por outro lado, todo agente que necessita da assistência tem como estratégia dominante pedir a assistência. Assim, as ações assinaladas com as letras *a*, *b* e *c* não são factíveis e não fazem parte do equilíbrio (estas ações constituem “out-of-equilibrium-path” e podem ser eliminadas, utilizando o método de equilíbrio sequencial por dominância).<sup>8</sup>

O equilíbrio de Nash em estratégias mistas resultante é um equilíbrio de Nash perfeito Bayesiano o qual depende da crença que o principal atribui ao nó em que ele pode estar situado. Assim, o equilíbrio perfeito Bayesiano<sup>9</sup> deve ser tal que (ver Fudenberg e Tirole, 1991, Gibbons, 1997 e Sobel e Banks, 1987):

- A estratégia dos que mentem deve ser a melhor, dada a política adotada pelo governo;
- A política de investigação utilizada pelo governo deve ser a melhor dada sua crença sobre o nó em que pode estar situado;
- A crença do principal, com relação a cada nó, é calculada, sempre que possível, através da regra de Bayes.

<sup>8</sup> Ver Kreps e Wilson (1982).

<sup>9</sup> Uma outra forma de resolver jogos dinâmicos, com informação assimétrica, é através da utilização do “equilíbrio sequencial” introduzida por Kreps e Wilson (1982). Existem vários trabalhos que analisam o método do equilíbrio sequencial, como, por exemplo, Gibbons (1997); Cho e Kreps, (1987) e Fudenberg e Tirole (1991).

É fácil ver que, aplicando o teorema de Bayes, a crença do principal de que ele esteja no nó superior do lado direito ( $\Gamma$ ), nó “b”, (crença de que um pedido de benefício veio de um agente oportunista), é dada por:

$$\Gamma = \frac{(1-\pi)\alpha}{(1-\pi)\alpha + \pi} \quad (2)$$

Onde  $\alpha$  é a probabilidade de fraude, isto é, a probabilidade do agente que não necessita do programa demandar o mesmo.

A crença atualizada de que ele esteja no nó “a” é dada por:

$$\xi = \frac{(1-\pi)(1-\alpha)}{(1-\pi)(1-\alpha) + \pi P(ND|\pi)} \quad (3)$$

Onde  $(1-\alpha)$  representa a probabilidade condicional do agente não demandar assistência do programa dado que não necessita; e  $P(ND|\pi)$  representa a probabilidade condicional do agente não demandar o programa dado que necessita do benefício.

Por definição, tem-se que  $P(ND|\pi) = 0$ , de forma que  $\xi = 1$ . Ou seja, como se supôs que os agentes que necessitam do benefício sempre os demandam (isto é, demandar é uma estratégia dominante), quando o agente não demanda é porque não necessita dos mesmos. Assim, o governo tem certeza que esta no nó “a” da Figura 2, e no equilíbrio, não tem porque investigar o agente que não demandou os benefícios.

O que deve preocupar o principal é a sua localização no lado direito da Figura 2. isto é, se ele está no nó “b” ou “d”. Assim, dado que o agente demanda o benefício, o governo deve decidir se o investiga ou não. Se o agente sabe que o principal investiga todo demandante, ele não mente, dado que a sua utilidade foi definida como  $u(y-\varepsilon)$ . Por outro lado se o principal nunca investiga um agente, este sempre vai querer demandar os benefícios, independentemente de necessitar ou não, dado que se supõe, a princípio, que não há custos em burlar, em imitar o tipo que necessita dos benefícios.

Fazendo com que o objetivo do principal seja minimizar os custos esperados do programa<sup>10</sup>, dada a sua crença de estar no nó “b”, ele minimiza o custo de se investigar o agente  $[\Gamma(k-\varepsilon) + (1-\Gamma)(k+\beta)]$  somado ao de não se investigar o mesmo  $[\beta]$ , ambos ponderados pelas probabilidades de se investigar ou não, o que resulta na esperança matemática para o custo, condicionado pela crença, expressa por:

$$C_p = \chi[\Gamma(k-\varepsilon) + (1-\Gamma)(k+\beta)] + (1-\chi)\beta \quad (4)$$

Reagrupando os termos, tem-se:

$$C_p = \beta + \chi[k - \Gamma(\varepsilon + \beta)] \quad (5)$$

<sup>10</sup> Adota-se a metodologia de minimização. A minimização dos custos esperados fornece, de forma estratégica, as perdas esperadas, devido a ineficiência da utilização dos recursos públicos. Outros trabalhos como Choe (1997); Boyler (2001), Fudenberg e Tirole (1991) e Khalil (1997) utilizam, para análises distintos, a maximização da receita (ou função objetivo) do principal para encontrar os equilíbrios existentes.

Minimizando  $C_p$ , a condição de mínimo requer que  $k$  seja igual a  $\Gamma(\varepsilon + \beta)$ . Para  $\Gamma(\varepsilon + \beta) > k$  [ $\Gamma(\varepsilon + \beta) < k$ ] o principal tem incentivo em investigar o agente [o principal não tem incentivo em investigar o agente]. Resumindo, as decisões ótimas do principal são apresentadas na proposição 1:

*Proposição 1: Dado um jogo com assimetria de informação, entre um agente, e o governo, em que rege a investigação, as estratégias puras e mistas, do governo federal devem ser, fazer:*

$$\begin{aligned} \chi &= 0 & \text{se } k > \Gamma(\varepsilon + \beta) \\ \chi &= (0,1) & \text{se } k = \Gamma(\varepsilon + \beta) \\ \chi &= 1 & \text{se } k < \Gamma(\varepsilon + \beta) \end{aligned}$$

Visto as estratégias do principal, verificam-se agora as possíveis estratégias do agente, que não tem necessidade do benefício. Para ele, o problema de maximização é dado pela escolha de  $\alpha$  de forma a maximizar a esperança matemática do sua utilidade:

$$\underset{\alpha}{\text{Max}} (1 - \alpha)u(y) + \alpha [\chi^* u(y - \varepsilon) + (1 - \chi^*)u(y + \beta)] \quad (6)$$

A primeira parte da utilidade esperada do agente é dada pela utilidade que ele tem, caso ele não demande os benefícios, ponderada pela probabilidade de isto acontecer  $(1 - \alpha)$ . A segunda parte da equação (6) apresenta o ganho (perda) na utilidade caso ele resolva demandar os benefícios e o principal decida não investigar (investigar). A solução para esta maximização requer que a probabilidade de investigar o agente por parte do governo seja:

$$\chi^* = \frac{u(y) - u(y + \beta)}{u(y - \varepsilon) - u(y + \beta)} \quad (7)$$

É fácil ver que esta probabilidade (solução) é aquela que garante que o agente que não necessita do benefício seja indiferente entre burlar o sistema e não fazê-lo, ou seja, esta é a condição que garante que o agente joga em estratégias mistas. Para valores acima deste limite crítico o agente não demanda os benefícios do programa. A proposição seguinte resume as estratégias ótimas do agente:

*Proposição 2: Dado o agente apresentado na proposição 1, as estratégias puras e mistas do agente devem ser, fazer:*

$$\begin{aligned} \alpha &= 0 & \text{se } \chi > \chi^* \\ \alpha &= (0,1) & \text{se } \chi = \chi^* \\ \alpha &= 1 & \text{se } \chi < \chi^* \end{aligned}$$

Quando a probabilidade do principal investigar o agente for maior do que o ponto crítico, o agente não tem incentivo em burlar o sistema ( $\alpha = 0$ ). Do contrário, quando a probabilidade de investigar for menor, o agente tem todos os incentivos de mentir sobre a

sua real situação financeira ( $\alpha = 1$ ). Quando a probabilidade de ser investigado é igual ao valor crítico, o agente pode ou não cometer o crime, com probabilidade entre 0 e 1<sup>11</sup>.

Da equação (7), pode-se verificar que a probabilidade do agente ser investigado é uma função que pode tender a zero caso o benefício pago seja eliminado (ou seja, se  $\beta = 0$ ).

A probabilidade do principal investigar o agente (dado que ele demanda o benefício) é uma função inversa dos seus ganhos:

$$\frac{\partial \chi}{\partial \varepsilon} < 0$$

Quanto maior for a transferência (multa) menor é a probabilidade do agente cometer o crime, de forma que o principal tem menor necessidade, ex-post, em investigar o agente.

Através da análise do jogo de investigação, é fácil verificar que este jogo detém dois, possíveis, equilíbrios em estratégias puras (sendo que apenas uma é sustentável) e um equilíbrio em estratégias mistas. Focando-se na análise do equilíbrio em estratégias mistas, isto é, com o principal investigando o agente com uma probabilidade entre (0,1), e assim substituindo  $k = \Gamma(\beta + \varepsilon)$  na equação (2), tem-se que a probabilidade do agente cometer a fraude é dada por:

$$\alpha = \frac{\pi}{1 - \pi} \cdot \frac{k}{(\beta - k + \varepsilon)} \quad (8)^{12}$$

*Proposição 3: Dada a situação de pobreza, em geral verificada na classe mais baixa da população, os agentes têm uma forte propensão em demandar os recursos disponibilizados por programas do governo. Assim, a probabilidade do agente cometer o crime é uma função direta da probabilidade dos agentes necessitarem do programa.*

Prova:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \pi} > 0$$

Quanto maior a probabilidade de se nascer numa família pobre, isto é numa região onde existe uma grande quantidade de pobres na sociedade, maior as chances de não ser pego, na medida em que, é mais fácil se fazer passar por necessitado. Numa região com grande quantidade de famílias pobres, menos propenso é o principal a investigar os beneficiados, porque é mais provável que o agente, que demanda os benefícios, realmente necessita dos recursos transferidos.

<sup>11</sup> Para os jogos deste tipo, há dois equilíbrios em estratégias puras: quando o principal nunca investiga e o agente comete o crime ( $\chi = 0, \alpha = 1$ ), ou ainda, quando o principal sempre investiga e o agente nunca burla o sistema ( $\chi = 1, \alpha = 0$ ).

<sup>12</sup> Este resultado é similar ao encontrado nos trabalhos de Boyler (2001), com relação ao mercado de trabalho; Choe (1997), com relação ao mercado de empréstimos e Picard (1996), com relação mercado de seguros.

*Proposição 4: A probabilidade de um agente cometer o crime depende do valor da penalização que é transferido ao principal, uma vez que  $\frac{\partial \alpha}{\partial \varepsilon} < 0$ .*

Observa-se pelas suposições do modelo que o principal tem um incentivo para extrair renda do agente, na medida em que, a multa paga, é transferida para ele. Assim, a probabilidade do principal investigar o agente é, no equilíbrio, menor quanto maior for este montante.

*Proposição 5: No limite, fazendo tanto a penalização como a transferência tenderem ao infinito, o ótimo social é obtido, ou seja, no equilíbrio a probabilidade do agente fraudar o programa é zero, e portanto o governo não precisa fazer as investigações.*

Prova:

Fazendo o limite quando  $\beta \rightarrow \infty$  ou  $\varepsilon \rightarrow \infty$ , tem-se:

$$\lim \alpha = \frac{\pi}{1-\pi} \cdot \frac{k}{(\beta - k + \varepsilon)} \rightarrow 0$$

A partir dessas estratégias (do principal e do agente), o contrato ótimo a ser proposto pelo governo pode ser obtido. O contrato a ser proposto pelo governo, é factível, se e somente se, satisfizer as restrições de participação (RP) e as restrições de compatibilidade de incentivo (LAFFONT et al. (2000)).

A restrição de compatibilidade de incentivos (RCI) pode ser substituída pelas probabilidades de estratégias ótimas dos dois participantes no jogo, isto é, pelas equações (7) e (8).

Dadas estas restrições, o governo pode propor o contrato ótimo mediante um processo de maximização da utilidade esperada do agente<sup>13</sup>.

$$\begin{aligned} \underset{\beta}{Max} &= \pi u(y + \beta) + (1 - \pi) \alpha \chi u(y - \varepsilon) + \\ &+ (1 - \pi)(1 - \alpha)u(y) + (1 - \pi)(1 - \chi) \alpha u(y + \beta) \end{aligned} \quad (9)$$

s.a

$$\alpha = \frac{\pi}{1-\pi} \cdot \frac{k}{(\beta - k + \varepsilon)} \quad (10)$$

$$\chi = \frac{u(y + \beta) - u(y)}{u(y + \beta) - u(y - \varepsilon)} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &\pi u(y + \beta) + (1 - \pi) \alpha \chi u(y - \varepsilon) + \\ &+ (1 - \pi)(1 - \alpha)u(y) + (1 - \pi)(1 - \chi) \alpha u(y + \beta) \geq \pi u(y) + (1 - \pi)u(y) \end{aligned} \quad (12)^{14}$$

Substituindo as equações (10) e (11) na equação (9), o problema do principal pode ser simplificado à:

<sup>13</sup> Ignoram-se as possíveis restrições orçamentais para o governo.

<sup>14</sup> O contrato ótimo é único se e somente se a restrição 12 for estritamente convexa.

$$\text{Max}_{\beta} E(u) = \pi u(y + \beta) + (1 - \pi)u(y) \quad (13)$$

s.a:

$$\begin{aligned} &\pi u(y + \beta) + (1 - \pi)\alpha\chi(u(y - \varepsilon) + \\ &+ (1 - \pi)(1 - \alpha)u(y) + (1 - \pi)(1 - \chi)\alpha u(y + \beta)) \geq \pi u(y) + (1 - \pi)u(y) \end{aligned}$$

Supondo que a RP é satisfeita através de uma igualdade, as duas condições de primeira ordem são:

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \pi u'(y + \beta) + \lambda [u'(y + \beta) [\pi + (1 - \pi)(1 - \chi)\alpha]] = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \left[ \pi u(y + \beta) + (1 - \pi)\alpha\chi(u(y - \varepsilon) + (1 - \pi)(1 - \alpha)u(y) + (1 - \pi)(1 - \chi)\alpha u(y + \beta)) \right] = \pi u(y) + (1 - \pi)u(y) \quad (15)$$

A solução do sistema de equação em cima, resulta no bônus (valor da transferência a ser estabelecido) que deve ser proposto pelo programa.

### 3. Estimando o Custo para a Sociedade

A existência de indivíduos que burlam o sistema, podem gerar custos avultados para o sistema público brasileiro, os quais podem até mesmo inviabilizar, no médio/longo prazo, os programas de transferência.

O custo, por agente/família, do programa, se não houvesse fraude, se limitaria à própria transferência realizada pelo governo, ou seja,  $\beta$ .

Pela análise feita anteriormente, mostrou-se a existência de um equilíbrio em estratégias mistas<sup>15</sup>. A partir da análise deste equilíbrio elaboraram-se os mecanismos de incentivos que devem ser propostos pelo governo. As probabilidades encontradas, que expressaram as estratégias ótimas dos dois jogadores, foram:

$$\alpha = \frac{\pi}{1 - \pi} \cdot \frac{k}{(\beta + \varepsilon) - k} \quad (16)$$

$$\chi = \frac{u(y + \beta) - u(y)}{[u(y + \beta) - u(y - \varepsilon)]} \quad (17)$$

Ponderando a equação (5) pelas respectivas probabilidades da demanda ser proveniente de um agente que precisa ( $\pi$ ) ou de um agente que comete fraude,  $(1 - \pi)\alpha$ , e substituindo na mesma a condição de equilíbrio em estratégias mistas, pode-se facilmente obter o custo esperado do programa por agente:

<sup>15</sup> Segundo Myerson (1991), em jogos em que existem 2 jogadores e 2 ações possíveis, existe no máximo um equilíbrio em estratégias mistas. Estes equilíbrios também constituem equilíbrios sequenciais Tirole et al. (1991).

$$E[C] = [\beta\pi + (1-\pi)\alpha\beta] \quad (18)$$

A primeira parte da equação (18) representa o custo esperado do programa com agente que realmente precisam do benefício e a segunda parte representa o custo com a demanda fraudulenta.

Substituindo a equação (16) na equação (18), chega-se a um custo esperado dado por:

$$C = \frac{\pi\beta(\beta + \varepsilon)}{(\beta + \varepsilon) - k} \quad (19)$$

A equação (19) representa os custos esperados totais, por agente, para o PBF. Estes custos podem ser divididos em: custos provenientes das fraudes ( $C_F$ ) e custos com os que necessitam:

$$\underbrace{\frac{\pi\beta k}{(\beta + \varepsilon) - k}}_{C_F} + \underbrace{\pi\beta}_{\quad} \quad (20)$$

Pela equação (20), tem-se que quanto maior o custo de uma auditoria, maior é o custo da fraude,  $\frac{\partial C_F}{\partial k} > 0$ . Isto acontece, na medida em que, o equilíbrio em estratégias mistas requer que o principal investigue com alguma probabilidade,  $(\chi \in (0,1))$ . Assim, quanto mais custoso é fazer uma auditoria, maiores as perdas para a sociedade.

Quando aumenta a probabilidade de um agente nascer numa família pobre (ou seja necessitar da assistência do PBF ( $\pi$ )), maiores são os custos com as fraudes,  $\frac{\partial C_F}{\partial \pi} > 0$ . A razão deriva da própria probabilidade do agente cometer a fraude, que como se viu anteriormente, é uma função direta da probabilidade do agente precisar da assistência do programa,  $\frac{\partial \alpha}{\partial \pi} > 0$ .

Ainda, os custos com fraude variam indiretamente com as penalidades sofridas pelo agente,  $\frac{\partial C_F}{\partial \varepsilon} < 0$ . Esta relação provém da influência destas penalizações sobre a probabilidade do agente cometer fraude, uma vez que esta última é uma função inversa das penalizações cobradas,  $\frac{\partial \alpha}{\partial \varepsilon} < 0$ .

Das relações analisadas acima, pode-se derivar o seguinte teorema para o PBF:

**Teorema 1:** *Dada a inexistência de multas, ou para o valor das mesmas tendendo a zero ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) e com o nível de pobreza tendendo para o maior valor possível (em estratégia mista),  $\pi \rightarrow \frac{1}{2}$ , tem-se que, dado os valores dos custos de auditoria e o valor da assistência, o custo com a fraude é o maior possível.*

*Prova:*

A existência de equilíbrio em estratégias mistas requer que  $\pi \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ , de forma que o valor máximo que  $\pi$  pode adquirir esta nas vizinhanças de  $\left(\frac{1}{2}\right)^-$ . Por outro lado, tem-se que:  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\pi\beta k}{(\beta + \varepsilon) - k} = \frac{\pi\beta k}{\beta - k}$  para todo  $\beta > k$ . Assim, dados os outros parâmetros,  $\beta$  e  $k$ , o custo é maior possível.

#### 4. Conclusão

O presente trabalho buscou, de forma pioneira, evidenciar as ineficiências existentes no PBF, dada a existência de assimetria de informação, e chamar a atenção do governo para as possíveis providências a serem tomadas como forma de amenizá-las. A elaboração de um mecanismo ótimo, que possa minimizar os custos do programa, requer a atenção, por parte do governo, da existência de agentes propensos a cometerem fraude.

A partir da modelagem do principal-agente, foram desenvolvidas algumas análises teóricas, entre eles, destacam-se:

- A política adotada pelo Governo Federal, na prática, atualmente, sem investigação e penalidade ( $\chi = 0$  ou  $\varepsilon = 0$ ), permite que mesmo os agentes que não precisam do programa tenham um incentivo a demandá-lo, isto é, o PBF, nos termos atuais, facilita a existência de fraude ( $\alpha = 1$ );
- Considerando o PBF como um jogo de informação incompleta entre o Governo Federal (o principal) e o potencial beneficiário do programa (o agente), há apenas um equilíbrio em estratégias mistas, em que o principal investiga todos os agentes que demandam o programa, com alguma probabilidade, ou seja,  $\chi \in (0, 1)$ . O agente que não precisa do programa, joga em estratégias mistas, isto é comete crime, no equilíbrio, com alguma probabilidade, ou seja,  $\alpha \in (0, 1)$ ;
- A probabilidade do agente cometer a fraude,  $\alpha$ , no equilíbrio, varia na razão inversa com: a penalização ( $\varepsilon$ ), o bônus do programa ( $\beta$ ); e varia na razão direta com: os custos de auditoria ( $k$ ), e com a probabilidade do agente nascer numa família pobre ( $\pi$ );
- O custo esperado “por agente”, do PBF, devido a existência da assimetria de informação e a consequente fraude no equilíbrio, é uma função direta dos custos de auditoria ( $k$ ) e uma função inversa: da penalização imposta ao agente quando é pego ( $\varepsilon$ ).
- Dada a situação de pobreza presente na sociedade, os custos com fraudes no PBF, segundo o Teorema 1, são os maiores possíveis.

Conclui-se que a política atual do Governo, em não fazer auditorias ou fazê-las e não impor penalizações, promove um incentivo à fraude dado que a condição de jogo é satisfeita e os agentes, que não precisam da assistência do PBF, burlam o sistema.

Assim, os recursos para realização de fiscalização e o uso correto dos mesmos, com auditorias sérias, e posteriores penalizações são essenciais. Uma sugestão é a criação de



uma equipe técnica responsável pela política de auditoria e cadastro dos casos irregulares, possivelmente no Ministério de Desenvolvimento Social. De posse dos dados de irregularidade, o Governo Federal poderia obter as probabilidades estimadas a partir dos resultados teóricos apresentados aqui e assim definir um melhor mecanismo de incentivo.

### Referências Bibliográficas

1. BARROS, Ricardo; HENRIQUE, Ricardo; MENDONÇA, Rosane. **Os determinantes da desigualdade no Brasil**. Brasília, DF: IPEA, 2001. (Texto para Discussão, 800).
2. BOYER, M. M. **Mitigating insurance fraud : lump-sum awards, premium subsidies, and indemnity taxes**. The Journal of risk and insurance. Vol. 68. n. 3. 2001. p. 403-435.
3. CARDOSO, Eliana; SOUZA, André. **The impact of cash transfers on child labor and school attendance in Brazil**. University of Vanderbilt, 2004.
4. CHOE, C. **Contract design and costly verification games**. Journal of Economic Behavior & Organization. Vol. 34. 1997. p. 327-340.
5. DE JANVRY, Alan; FINAN, Frederico. **Can conditional cash transfers serve as safety nets to keep childrens at school and out of labor market?** California: Cudare, 2004. (Cudare Working Papers, 990).
6. DE JANVRY, Alan; FINAN, Frederico; SADOULET. **Evaluating Brazil's bolsa escola program: impact on schooling and municipal roles**. University of California. 2006.
7. GIBBONS, Robert. **An introduction to applicable game theory**. The Journal of Economic Theory. Vol. 11. n. 1. 1997. p. 127-149.
8. KHALIL, Fahad. **Auditing without commitment**. The RAND Journal of Economics. 1997. vol. 28. n.4. p. 629-640.
9. KREPS, D.; WILSON, R. **Sequential equilibria**. Econometrica. vol. 50. n. 4. 1982. p. 863-894.
10. KREPS, D.; CHO, In-koo. **Signaling games and stable equilibrium**. The Quarterly Journal of Economics. n. 2. 1987. p. 179-222.
11. LAFFONT, J.; MARTIMORT, D. **The theory of incentives**, The Principal-Agent model, Princeton University press, 2002. p. 185-230.
12. PICARD, Pierre. **Auditing claims in the insurance market with fraud: the credibility issue**. Journal of Public Economics. 1996. p. 27-56.

13. SCHADY, Norbert; ARAUJO, Maria. **Cash transfers, condition, school enrollment, and child work evidence from a randomized experiment in Ecuador.** Washington: World Bank, 2006. (World Bank policy Research working paper, 3930).
14. SADOULET, Elizabeth, DE JANVRY, Alan. **Making conditional cash transfers programs more efficient.** California: Cudare, 2004. (Cudare working papers, 989).
15. SKOUFIAS, Emmanuel; DI MARO, Vincenzo. **Condiciona cash transfers, adult work incentives, and poverty.** Washington DC: World Bank, 2006. (World bank policy research work papers, 3973).
16. STECKLOV, Guy. **Demographic externalities from poverty programs in developing countries: experimental evidence from Latin America.** Washington DC: American University, 2006. (American university Working Papers).
17. STIGLITZ, Joseph; ROTHSCILD, Michael. **Equilibrium in competitive insurance market: an essay of economics on imperfect information.** The Quarterly Journal of Economics. n. 4. 1976. p. 629-649.
18. STIGLITZ, Joseph. **The basic analytics of moral hazard.** New York: NBER, 1988. (NBER working papers series, 2484).
19. TOWNSEND, R. **Optimal contracts and competitive market with costly states verification.** Journal of Economic Theory. 1979. p. 265-293.
20. TIROLE, Jean; FUNDENBERG, Drew. **Game theory.** Mit press. Cambridge. London. 1991.